

Hong Kong Mathematics Olympiad (1991 – 92)
Heat Event (Individual)
香港數學競賽 (1991 – 92)
初賽項目 (個人)

1. If $(\log_{10} x)^4 - 3(\log_{10} x)^2 - 4 = 0$ and $x > 1$, find x .
若 $(\log_{10} x)^4 - 3(\log_{10} x)^2 - 4 = 0$ ，且 $x > 1$ ，求 x 。
2. If $\begin{cases} 28x + 15y = 19xy \\ 18x - 21y = 2xy \end{cases}$ and $xy \neq 0$, find x .
若 $\begin{cases} 28x + 15y = 19xy \\ 18x - 21y = 2xy \end{cases}$ ，且 $xy \neq 0$ ，求 x 。
3. An integer a lying between 0 and 9 inclusive is randomly selected. It is known that the probability that the equation $x^2 - ax + 3 = 0$ has no real root is $\frac{p}{10}$, find p .
由 0 至 9 之中隨機取一整數 a ，已知方程 $x^2 - ax + 3 = 0$ 無實根的概率為 $\frac{p}{10}$ ，求 p 。
4. x° is an acute angle satisfying $\frac{1}{2}\cos x^\circ \geq \frac{1}{2}(5 - \cos x^\circ) - 2$. Determine the largest possible value of x .
 x° 為一滿足 $\frac{1}{2}\cos x^\circ \geq \frac{1}{2}(5 - \cos x^\circ) - 2$ 的銳角，求 x 的最大值。
5. Let $f(x)$ be the highest common factor of $x^4 + 64$ and $x^3 + 6x^2 + 16x + 16$, find $f(2)$.
設 $f(x)$ 為 $x^4 + 64$ 和 $x^3 + 6x^2 + 16x + 16$ 的最大公因式，求 $f(2)$ 。
6. A fruit merchant divides a large lot of oranges into four classes: A , B , C , D . The number of oranges in class A and class B doubles that in class C while the number of oranges in class B and class D doubles that in class A . If 7 oranges from class B are upgraded to class A , class A will then contain twice as many oranges as class B . It is known that one of the four classes contains 54 oranges. Determine which one class it belongs to.
果商把一堆橙分成 A 、 B 、 C 、 D 四個等級。 A 級和 B 級橙的數目合起來是 C 級的兩倍； B 級和 D 級橙的數目合起來是 A 級的兩倍。若將 B 級橙中的 7 個升格為 A 級，則 A 級的橙數便成為 B 級的兩倍。已知 A 、 B 、 C 、 D 四級橙中，其中某級有橙 54 個，問這是哪一級？
7. Given that n is a positive integer, find **ALL** the real roots of $x^{2^n} - 10^{2^n} = 0$.
已知 n 為一正整數，求 $x^{2^n} - 10^{2^n} = 0$ 的所有實根。

8. If n is an integer randomly selected from 1 to 100, and the probability that the unit digit of 5678^n is greater than 3 is $\frac{3}{x}$, find x .

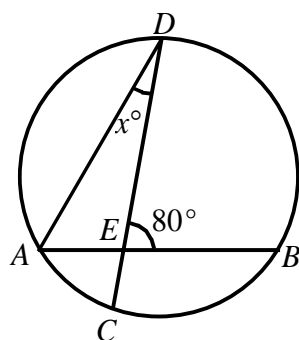
若 n 是從 1 至 100 中隨意選取的整數，且 5678^n 的個位數大於 3 的概率是 $\frac{3}{x}$ ，求 x 。

9. In $\triangle ABC$, $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm and $\angle ABC = 90^\circ$. If the bisector of $\angle ACB$ cuts AB at R and $CR = 3\sqrt{a}$ cm, find a .

在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 8$ cm、 $BC = 6$ cm、 $\angle ABC = 90^\circ$ ，若 $\angle ACB$ 的角平分線與 AB 交於 R ，且 $CR = 3\sqrt{a}$ cm，求 a 。

10. In figure 1, arc BD is 4 times the arc AC , $\angle DEB = 80^\circ$ and $\angle ADC = x^\circ$, find x .

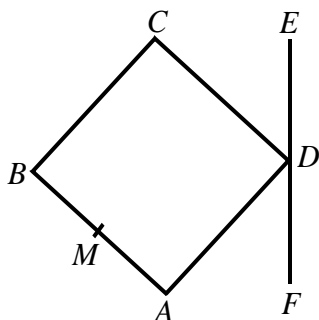
在圖 1 中，弧 BD 的長度是弧 AC 的 4 倍， $\angle DEB = 80^\circ$ 及 $\angle ADC = x^\circ$ ，求 x 。



(Figure 1) (圖 1)

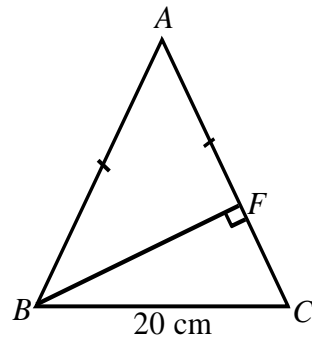
11. In figure 2, $ABCD$ is a square. EDF is a straight line. M is the mid-point of AB . If the distances of A , M and C from the line EF are 5 cm, 11 cm and x cm respectively, find x .

在圖 2 中， $ABCD$ 是一正方形， EDF 是一直線， M 是 AB 的中點。若 A 、 M 和 C 到直線 EF 的距離依次為 5 cm、11 cm 和 x cm，求 x 。



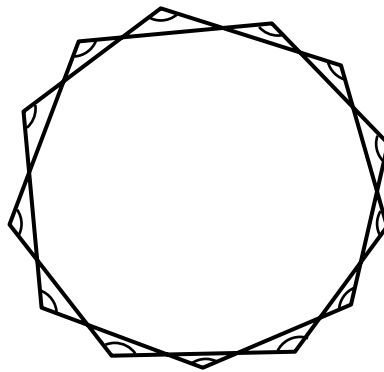
(Figure 2) (圖 2)

12. In figure 3, $AB = AC = 2BC$ and $BC = 20$ cm. If BF is perpendicular to AC and $AF = x$ cm, find x .
 在圖 3 中， $AB = AC = 2BC$ 及 $BC = 20$ cm。若 BF 垂直於 AC ，且 $AF = x$ cm，求 x 。



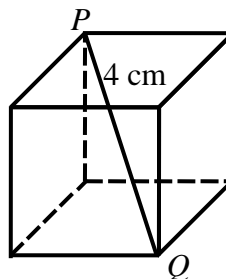
(Figure 3) (圖 3)

13. Figure 4 shows a figure obtained by producing the sides of a 13-sided polygon. If the sum of the marked angles is n° , find n .
 圖 4 是延長一個 13 邊形的邊所構成的圖形。若圖中標示的角的和是 n° ，求 n 。



(Figure 4) (圖 4)

14. In figure 5, PQ is a diagonal of the cube. If $PQ = 4$ cm and the total surface area of the cube is x cm², find x .
 在圖 5 中， PQ 為一正方體的對角線。若 $PQ = 4$ cm，且這正方體的總表面面積為 x cm²，求 x 。



(Figure 5) (圖 5)

15. If $(3x-1)^7 = a_1x^7 + a_2x^6 + a_3x^5 + \cdots + a_8$, find the value of $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_8$.
 若 $(3x-1)^7 = a_1x^7 + a_2x^6 + a_3x^5 + \cdots + a_8$ ，求 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_8$ 的值。
16. $A(1, 1)$, $B(a, 0)$ and $C(1, a)$ are the vertices of the triangle ABC . Find the value of a if the area of

$\triangle ABC$ is 2 square units and $a > 0$.

$A(1, 1)$ 、 $B(a, 0)$ 、 $C(1, a)$ 是三角形 ABC 的頂點，若 $\triangle ABC$ 的面積是 2 平方單位，且 $a > 0$ ，求 a 。

17. If $N = 2^{12} \times 5^8$, find the number of digits of N .

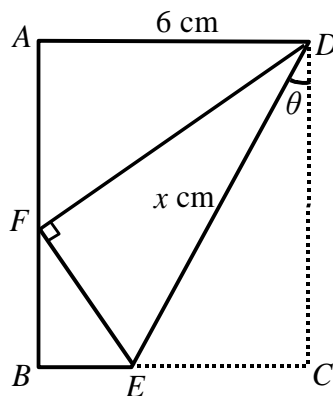
若 $N = 2^{12} \times 5^8$ ， N 是一個多少位的數字？

18. If $a : b = 3 : 4$ and $a : c = 2 : 5$, find the value of $\frac{ac}{a^2 + b^2}$.

若 $a : b = 3 : 4$ 及 $a : c = 2 : 5$ ，求 $\frac{ac}{a^2 + b^2}$ 的值。

19. A rectangular piece of paper of width 6 cm is folded such that one corner touches the opposite side as shown in figure 6. If $\theta = 30^\circ$ and $DE = x$ cm, find x .

一張闊 6 cm 的長方形紙按圖 6 所示對摺，使得一角與對邊接觸。若 θ 為 30° ，且 $DE = x$ cm，求 x 。



(Figure 6) (圖 6)

20. If $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$ and $0 \leq x \leq \pi$, find $\tan x$.

若 $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$ ，且 $0 \leq x \leq \pi$ ，求 $\tan x$ 。